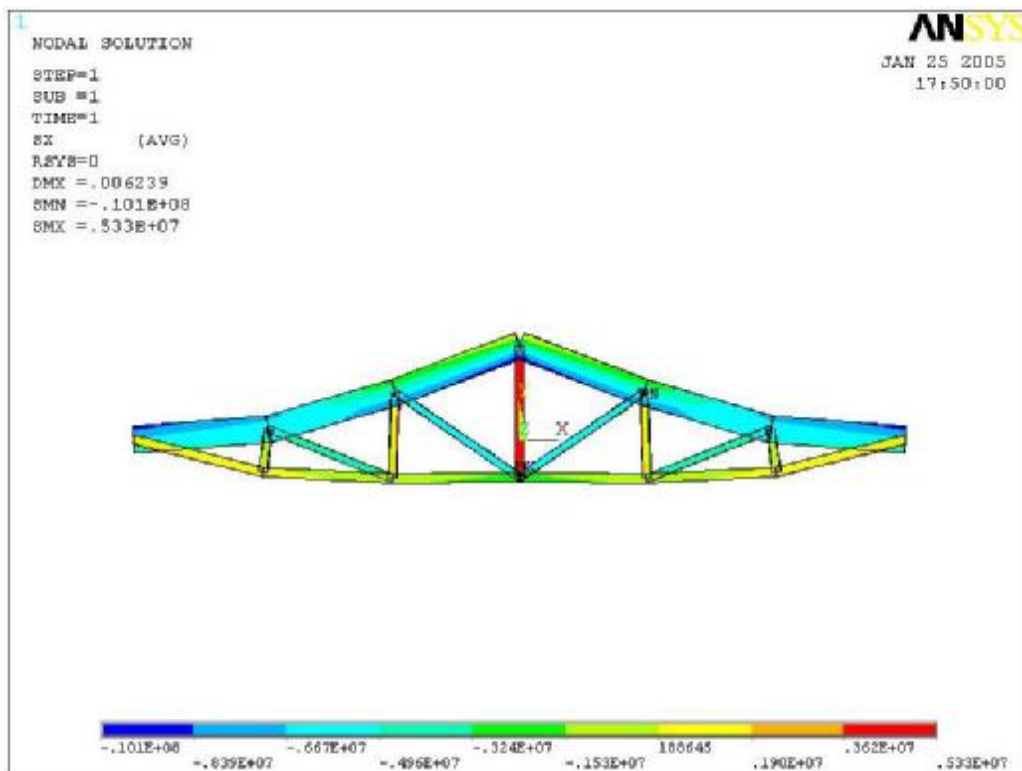


Design Optimisation - Automatizēts galīgo elementu programmas ANSYS optimizācijas instruments:

M.sc.ing. Kaspars Kalnins

Optimizācijas procedūru Design Optimisation galīgo elementu programmā ANSYS var iedalīt vairākos etapos: Darba faila izveidošana, kurā ir informācija par kopnes ģeometriju slodzēm un spriegumiem un deformācijām kopnes konstrukcijā; Optimālu parametru meklēšana iekļaujoties definētajās aprēķina robežās; Aprēķina variantu parametriskās ietekmes analīze un validācija. Šai darbā tiks apskatīta koka kopnes optimizācijas procedūra (Attēls 1.), kurā ir izvēlēti četri optimizācijas parametri – kopnes joslu grupas: kopnes augšējās joslas elementi, kopnes apakšējās joslas elementi, kopnes vertikālo atgāžņu elementi un kopnes šķērseniskie atgāžņu elementi. Kopnes elementu platumu konstruktīvi pieņem nemainīgu un pielīdzina vertikālo stieņu augstumam. Mainīgie optimizācijas parametri un to definīcijas apgabala skaitlisko vērtību robežas ir apkopotas Attēlā 2. Tiek pieņemti pirmās un otrās robežstāvokļu grupas robežnoteikumi: stiprības robežnoteikumi – stiepes stiprība kokam 10 MPa un spiedes stiprība 10 MPa, kas sevī iekļauj 67% no spiedes stiprības tādejādi ievērtējot elementu lokanumu; deformāciju robežnoteikumi – kopējā izliece nedrīkst pārsniegt 1/300 no kopnes laiduma, robežnoteikumu vērtības ir apkopotas Attēlā 3. Kā mērķa funkcija tiek izmantots kopnes kopējais tilpums, kuru minimizācija ir optimizācijas mērķis.



Attēls 1. Kopnes aprēķina shēma ar normālspriegumu izolīnijām

Optimizācijas parametri:

H – kopnes apakšējās joslas augstums;

H₁ – kopnes augšējās joslas augstums;

H₂ – kopne vertikālo stieņu augstums;

H₃ – kopnes šķērso stieņu augstums.

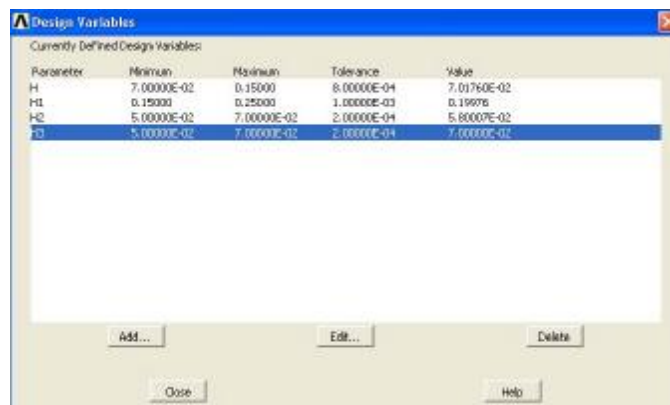
Pirmās eventuāli tuvinātās robežas:

$$7 \text{ cm} < H < 15 \text{ cm}$$

$$15 \text{ cm} < H_1 < 25 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} < H_2 < 7 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} < H_3 < 7 \text{ cm}$$



Attēls 2. Mainīgie optimizācijas parametri ANSYS Design Optimisation

Robežnoteikumi:

AU_SP – spiedes normālspriegumi kopnes apakšējā joslā;

AP_SP – spiedes normālspriegumi kopnes augšējā joslā;

VE_SP – spiedes normālspriegumi kopnes vertikālos stieņos;

SK_ST – spiedes normālspriegumi kopnes šķērsos stieņos;

EL_UY – kopnes kopējā izliece laiduma vidū apakšējā joslā.

Pirmās eventuāli tuvinātās robežas:

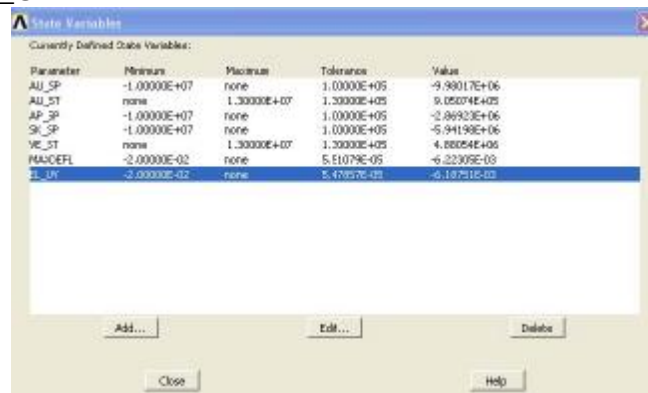
$$-10 \text{ MPa} < \text{AU_SP}$$

$$-10 \text{ MPa} < \text{AP_SP}$$

$$-10 \text{ MPa} < \text{VE_SP}$$

$$\text{SK_ST} < 10 \text{ MPa}$$

$$1/300 L < \text{EL_UY}$$



Attēls 3. Robežnoteikumu parametri ANSYS Design Optimisation

Optimizācijas rezultāti:

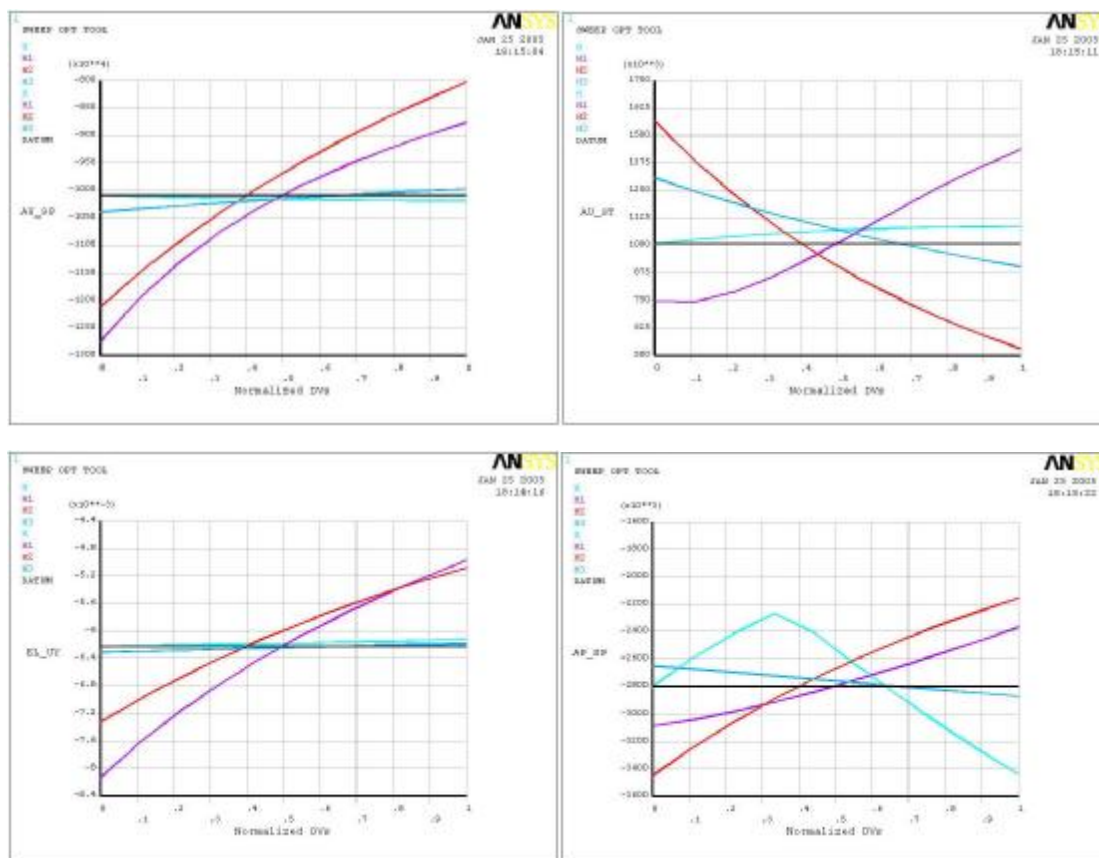
SET 54
 (FEASIBLE)
 AU_SP (SV) -0.10087E+08
 AU_ST (SV) 0.10085E+07
 AP_SP (SV) -0.28031E+07
 SK_SP (SV) -0.59676E+07
 VE_ST (SV) 0.53704E+07
 EL_UY (SV) -0.62205E-02

- Labākais aprēķina variants
- Risinājums iekļaujas definētajās robežās
- Maksimālie normālspriegumi spiedē kopnes augšējā joslā
- Maksimālie normālspriegumi spiedē kopnes apakšējā joslā
- Maksimālie normālspriegumi spiedē kopnes šķērsā joslā
- Maksimālie normālspriegumi spiedē kopnes vertikālā joslā
- Maksimālās izlieces kopnes apakšējā joslā

H (DV) 0.70000E-01
 H1 (DV) 0.19976
 H2 (DV) 0.58001E-01
 H3 (DV) 0.63333E-01
 TOTALVOLUME(OBJ) 0.12383

- Kopnes apakšējās joslas optimālais augstums;
- Kopnes augšējās joslas optimālais augstums;
- Kopnes vertikālo stieņu optimālais augstums;
- Kopnes šķērso stieņu optimālais augstums;
- Kopnes kopējais optimālais tilpums;

Aprēķina variantu parametriskās ietekmes analīze:



Attēls 4. Aprēķina variantu parametriskā analīze ANSYS Design Optimisation

Response Surface Method (RSM) – Virsmas reakcijas metodes izmantošana optimizācijas uzdevumu aprēķinos:

Lai iegūtu statistiski ticamas matemātiskas aproksimāciju funkcijas ir nepieciešams veikt notieku skaitu skaitlisku eksperimentu. Lai iegūtu statistiski ticamu rezultātu un izveidotu ietekmju grafikus, kā iespējamais variants varētu kalpot sadalot definīcijas apgabalu ar efektīvu soli, piemēram, 1 m. Tādejādi kopnes apakšējās joslas augstumu apgabalu H robežās 5...10 cm sadalot ar 1 cm soli, mēs iegūstam 6 skaitlisko vērtību aprēķina slāņus. Līdzīgi kopnes augšējās joslas augstuma apgabalu H1 robežās 17...27 cm sadalot ar 1 cm soli, mēs iegūstam 11 skaitlisko vērtību slāņus. Pieņemot šāda veida aprēķina gaitu, izskaitļot būtu nepieciešams kopskaitā 66 variantus. Pievienojot papildus divus mainīgos (vertikālo stieņu augstums un šķērsenisko stieņu augstums) būtu nepieciešams izskaitļot aprēķina apgabalu no $6 \times 11 \times 6 \times 6 = 2376$ punktiem.

Lai samazinātu eksperimentu skaitu, bet nepalielinātu aproksimāciju kļūdu tiek pieņemts lēmums izmantot eksperimentu plānošanas metodi. Šī metode ir par pamatu Rīgas Tehniskās universitātes MMD laboratorijā izstrādātajai optimizācijas programmai EDAOpt. EDAOpt ir ieslēgti trīs veida moduļi: eksperimenta plānošanas modulis; virsmas reakciju aproksimāciju ar polinomiskām funkcijām modulis; optimizācijas modulis.

Eksperimentu plānošanai tiek izvēlēti 4 projektēšanas mainīgie, un veikta kopnes joslu augstumu pārbaude pēc iepriekš aprakstītajiem robežu nosacījumiem. Ir zināms, ka minimālais skaits eksperimentiem ir tieši saistīts ar aproksimācijas funkcijas locekļu skaitu tādejādi ja n ir projektējamo mainīgo skaits, tad:

$$\text{Min } L = (n+1) \quad (1)$$

Pirmās pakāpes polinomiskai funkcijai (lineārai)

$$\text{Min } L = \frac{(n+1) \times (n+2)}{2} \quad (2)$$

Otrās pakāpes polinomiskai funkcijai (kvadrātiskai)

$$\text{Min } L = \frac{(n+1) \times (n+2) \times (n+3)}{6} \quad (3)$$

Trešās pakāpes polinomiskai funkcijai (kubiskās)

Mūsu gadījumā:

$$\text{Min } L = (4+1) = 5$$

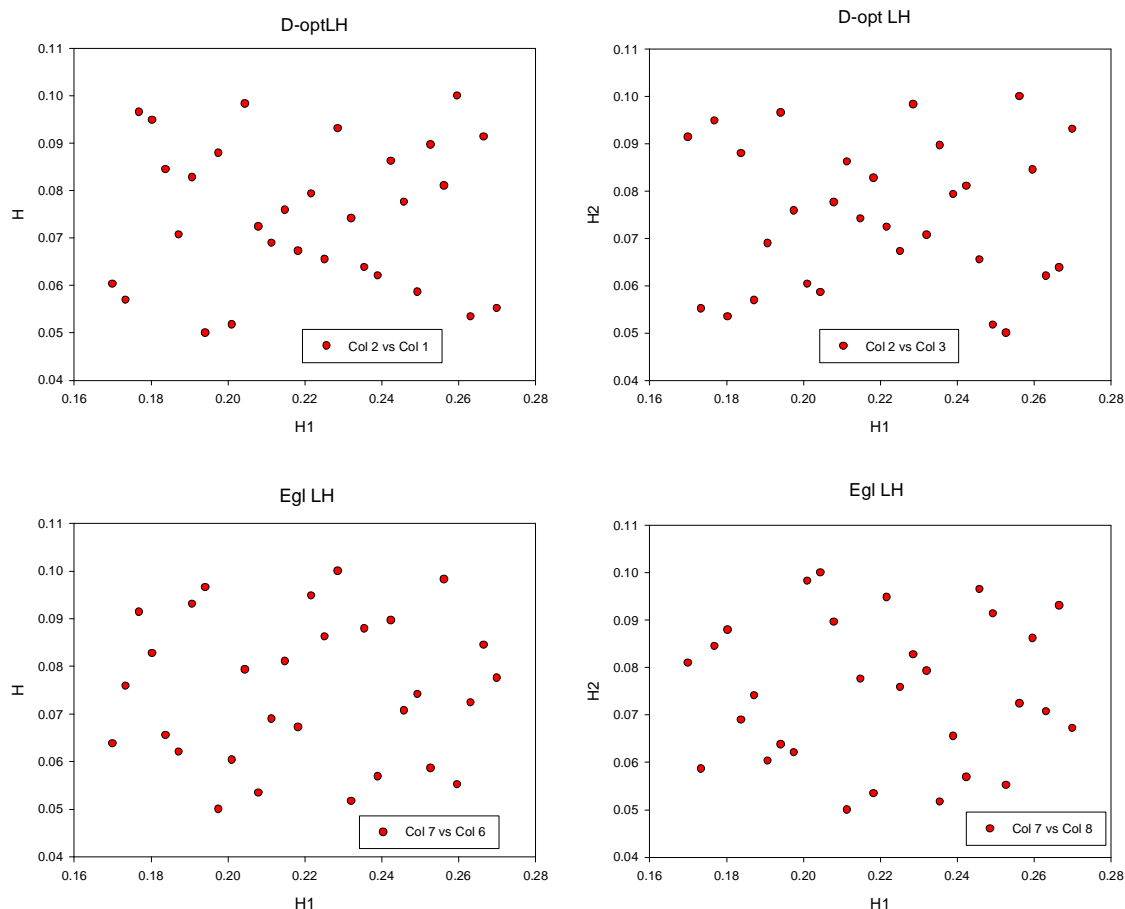
$$\text{Min } L = \frac{(4+1) \times (4+2)}{2} = 15$$

$$\text{Min } L = \frac{(4+1) \times (4+2) \times (4+3)}{6} = 35$$

Tātad, lai izveidotu, piemēram, kvadrātiskas funkcijas aproksimāciju būtu nepieciešams veikt tikai 15 variantu aprēķinu, iepriekš apskatīto 2376 skaitlisko variantu vietā. Bet, lai aproksimācijas kļūda būtu inženieru tehnisku aprēķinu kļūdas robežās (no 3%-5%), tiek plaši literatūrā rekomendēts izmantot divkāršu minimālo skaitu aproksimācijām. Vadoties pēc šiem apsvērumiem izvēlos 30 eksperimentus, kas atbilst divkāršam minimālajam skaitam kvadrātiskajai aproksimācija funkcijai.

Edaopt ir iekļauti vairāki Latīņu Hiperkubiskie plāni ar Eglāja kritēriju, D-optimālo kritēriju, Entropijas kritēriju, MinMax kritēriju un Minimālās kvadrātiskās kļūdas kritēriju. Savos aprēķinos izvēlos (Attēls 5.):

- 1) Latīņu hiperkubiskais eksperimenta plāns ar D-optimālu kritēriju kvadrātiskai funkcijai
- 2) Latīņu hiperkubiskie eksperimenta plāns ar Eglāja kritēriju kvadrātiskai funkcijai



Attēls 5. Latīņu hiperkubiskie eksperimentu plāni izmantojot Eglāja un D-optimālo kritēriju.

1. Eksperimenta plāna izvēle un virsmas reakcijas ieguve:

H – kopnes apakšējās joslas augstums;

H₁ – kopnes augšējās joslas augstums;

H₂ – kopne vertikālo stieņu augstums;

H₃ – kopnes šķērso stieņu augstums.

Pirmās eventuāli tuvinātās robežas:

$$5 \text{ cm} < H < 10 \text{ cm}$$

$$17 \text{ cm} < H_1 < 27 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} < H_2 < 10 \text{ cm}$$

$$5 \text{ cm} < H_3 < 10 \text{ cm}$$

Virsmas spriegumu reakcijas skaitliskās vērtības (Attēls 6.) iegūtas ar galīgo elementu programmu ANSYS D-optimālā kritērija plāniem un Eglāja kritērija plāniem.

The image shows two side-by-side screenshots of the ANSYS software interface, displaying regression coefficient tables for surface stress reactions. The left window is titled 'ANSYS and Correction of Responses: 30_4_Kopne_Dopt(1).prj' and the right window is titled 'ANSYS and Correction of Responses: 30_4_Kopne_Eglaj(1).prj'. Both windows show a table with columns for factors (F1, F2, F3, F4, F5) and their interactions. The data is organized into rows and columns, with some cells highlighted in blue.

Attēls 6. Virsmas spriegumu reakcijas skaitliskās vērtības iegūtas ar galīgo elementu programmu ANSYS

2. Funkciju aproksimāciju skaitliskie aprēķini.

Aprēķinātās spriegumu reakcijas eksperimenta plāna punktos aproksimē izmantojot lineārās regresijas analīzi tādejādi izveidojot metamodeli, kuru vēlāk var izmantot funkcijas parametru jūtības un ietekmens pētījumos. Aproksimējot, skaitliskos rezultātus, tiek izvēlēts lietot otrās pakāpes polinoma funkcijas, šīs funkcijas skaitliskā veidā izskatās sekojoši:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 \quad (4)$$

,kur $b_0, b_1, b_2, b_{12}, b_{11}, b_{22}$ – funkcijas matemātiskie koeficienti;

x_1, x_2 – mainīgie vadāmie faktori.

Modeļa matemātiskie koeficienti tiek noteikti ar vismazāko kvadrātu metodi eksperimenta gadījumā ar pilnu faktoru skaitu, matemātiskā modeļa koeficientus nosaka pēc formulā (5.) – (10). Šajā gadījumā koeficientus b_{12} , b_2 , b_1 , b_{11} , b_{22} nosaka pēc formulām:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot x_1}{\sum_{i=0}^n x_1^2} \quad (5)$$

$$b_2 = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot x_2}{\sum_{i=0}^n x_2^2} \quad (6)$$

$$b_{12} = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot x_1 \cdot x_2}{\sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot x_2^2} \quad (7)$$

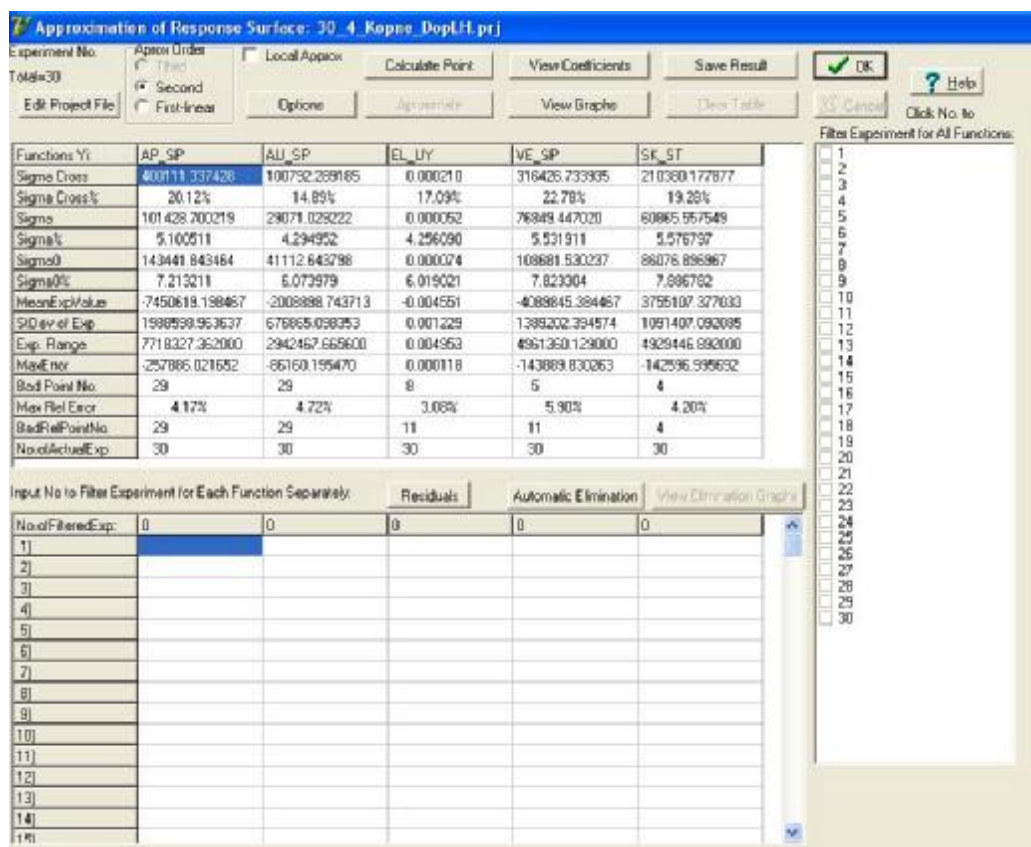
$$b_{11} = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot x_1^2}{\sum_{i=0}^n x_1^2} \quad (8)$$

$$b_{22} = \frac{\sum_{i=0}^n y_i \cdot x_2^2}{\sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot x_2^2} \quad (9)$$

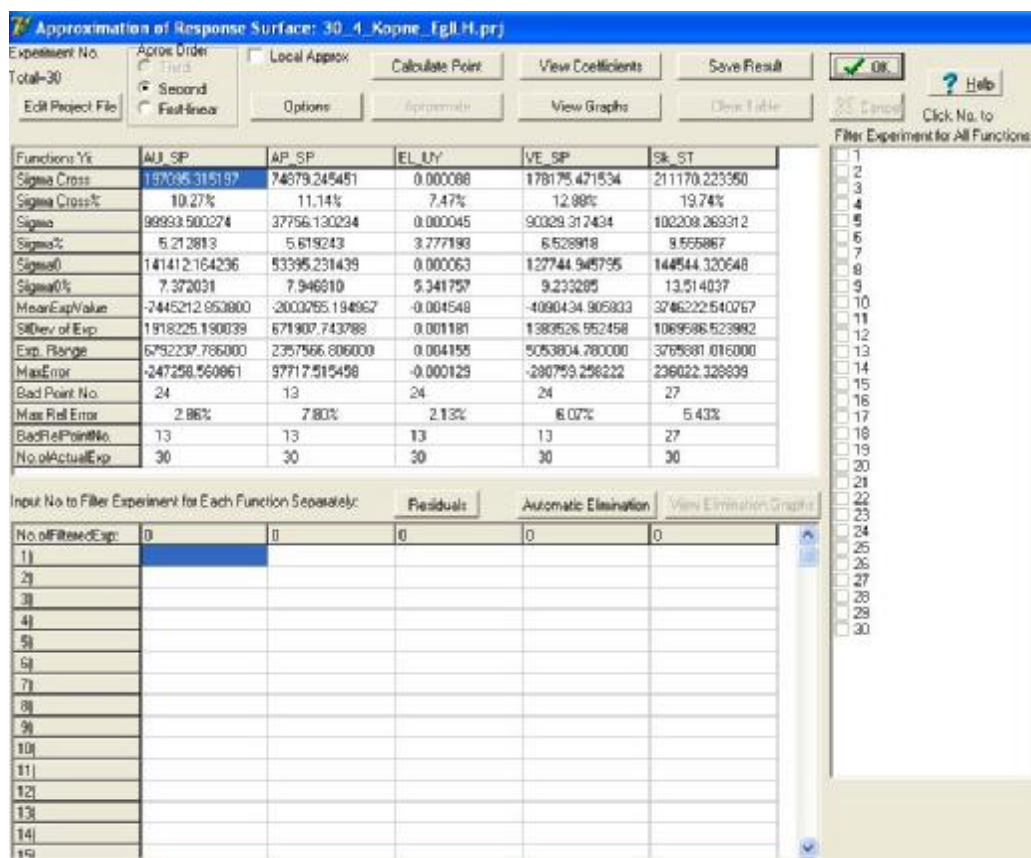
Koeficientus b_0 , b_{11} , b_{22} nosaka pēc vienādojuma sistēmas:

$$\begin{cases} n \cdot b_0 + \sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot b_{11} + \sum_{i=0}^n x_2^2 \cdot b_{22} = \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_2^2 \cdot b_0 + \sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot b_{11} + \sum_{i=0}^n x_1^4 \cdot b_{22} = \sum_{i=0}^n y_i \cdot x_2^2 \\ \sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot b_0 + \sum_{i=0}^n x_1^4 \cdot b_{11} + \sum_{i=0}^n x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot b_{22} = \sum_{i=0}^n y_i \cdot x_1^2 \end{cases} \quad (10)$$

Kā alternatīvu varētu lietot trešās vai pirmās pakāpes polinoma funkcijas, bet funkciju matemātiskie koeficienti būtu attiecīgi vairāk: trešās pakāpes polinomiem tie būtu 35, bet pirmās pakāpes polinoma funkcijām tie būtu 5 matemātiskie koeficienti. Lai novērtētu aproksimāciju



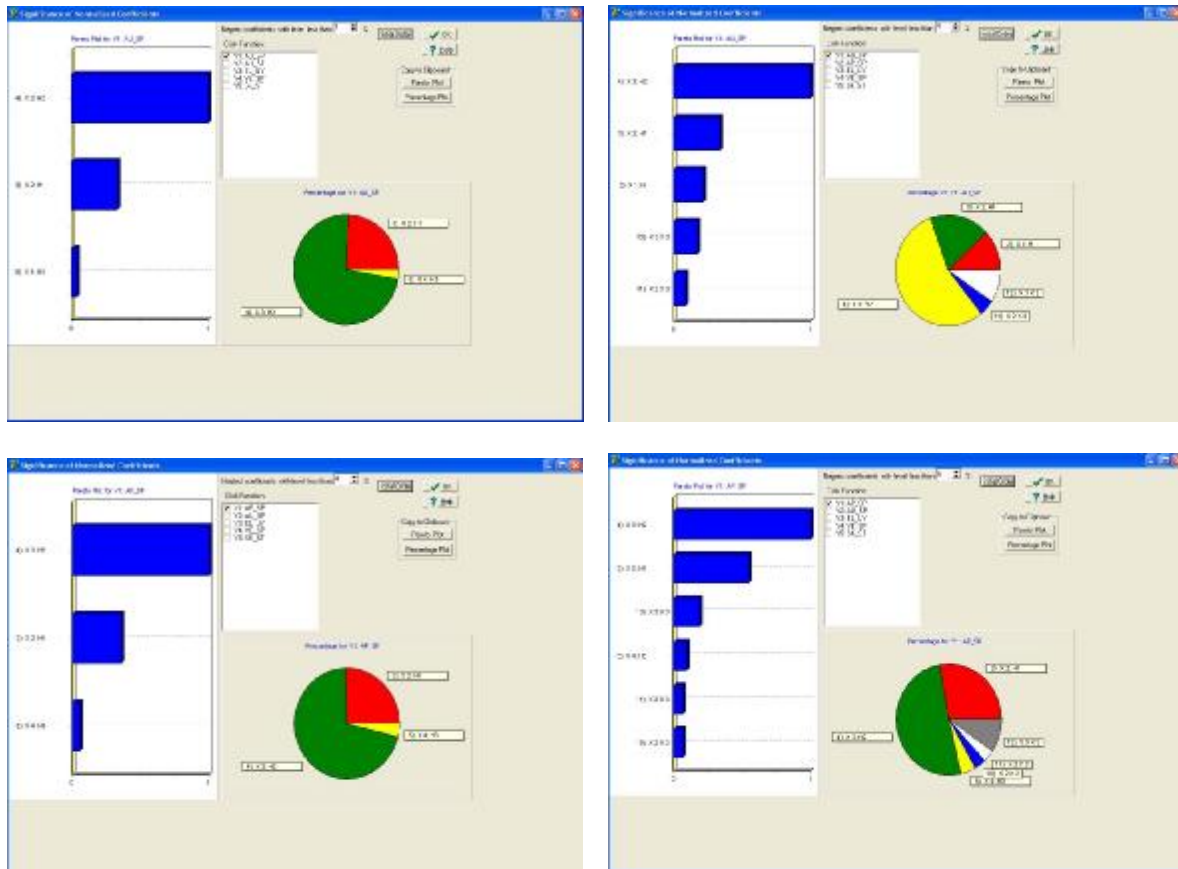
Attēls 7. Aproximācijas kļūdu analīze EDAOpt D-optimālā kritērija plānam



Attēls 8. Aproximācijas kļūdu analīze EDAOpt Eglāja kritērija plānam

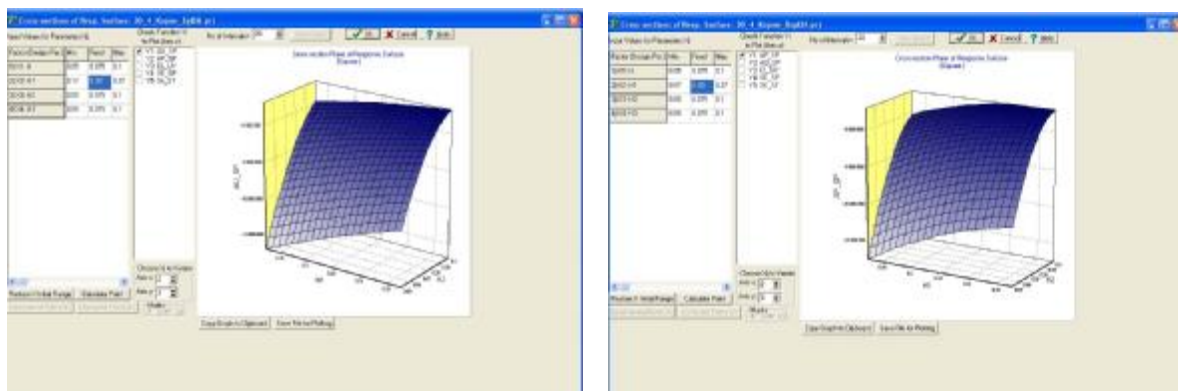
3. EDAOpt funkcijas jūtīguma, jeb parametru svarīguma analīze:

Lai salīdzinātu parametru svarīgumu pirmās un otrās pakāpes polinomu funkciju jūtīguma ietekmes tiek salīdzinātas starp atbilstošiem plāniem: Eglāja kritērija LH un D-optimālā kritērija LH plāniem Attēlā 7. Novērtējot lineārās aproksimācijas funkciju jūtīgumu var secināt, ka salīdzinoši maza atšķirība starp iegūtām funkciju jūtīguma grafikiem. Salīdzinot otrās pakāpes polinoma aproksimācijas parametru svarīgumu var secināt, ka Eglāja kritērija plāna aproksimācijās, parametri ir vairāk savstarpēji izlīdzināti kā D-otimālo kritēriju plānu aproksimācijas parametri.



Attēls 9. Funkciju jūtīguma analīze EDAOpt Eglāja kritērija un D-optimālo plāniem

Novērtējot parametru ietekmi var secināt, ka abu kritēriju plāniem otrās pakāpes aproksimāciju funkcijas saglabā vienādas raksturformas un vērtības.



Attēls 10. Funkciju parametru ietekmes analīze EDAOpt Eglāja kritērija un D-optimālo plāniem

4. Kopnes elementu augstumu optimizācija:

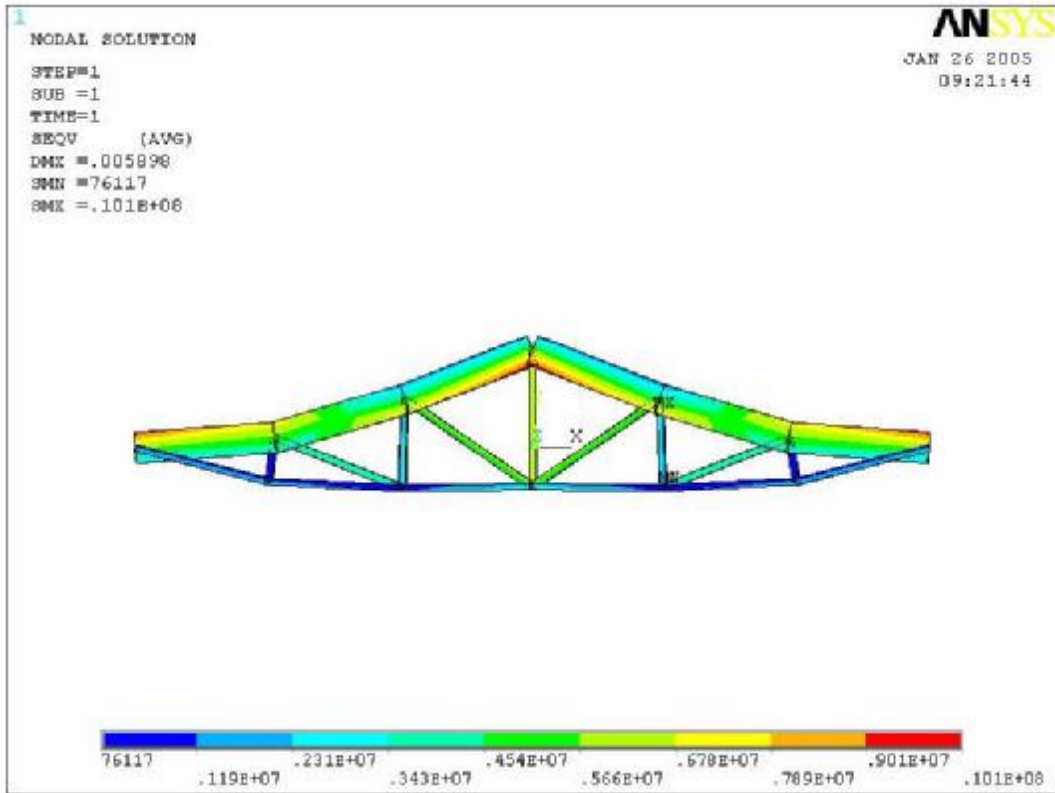
Optimizējot kopnes elementu augstumus, pieņem konstruktīvu augstuma soli $\frac{1}{2}$ cm tādejādi kopējais iespējamo variantu skaits ir 27950 varianti, kurus lai sarēķinātu ar jaudīgu datoru ir nepieciešams mazāk kā 2 sekunžu laiks. Tādejādi progresīvu matemātisku optimizāciju algoritmu izmantošana nav nepieciešama. Salīdzinot kopnes optimālos elementus augstumus (Attēls 11. un 12.) var secināt, ka rezultāti ir savstarpēji korelējoši abu kritēriju plāniem. Lai objektīvi novērtētu katru optimumu veicu pārbaudes aprēķinus galīgo elementu programmā ANSYS (Attēli 13. un 14.)

Indices No	Min	Type	Max	Criteria=	76.569994	76.569994
1) X1: H	0.05	0.005	0.1	1) X1=	0.05	0.05
2) X2: H1	0.17	0.005	0.27	2) X2=	0.23	0.23
3) X3: H2	0.05	0.005	0.1	3) X3=	0.055	0.055
4) X4: H3	0.05	0.005	0.1	4) X4=	0.05	0.05
5) Y1: AP_SP	-10000000	1	0	5) Y1=	-9984216.6	-9984216.6
6) Y2: AU_SP	-10000000	1	0	6) Y2=	-3139358.6	-3139358.6
7) Y3: EL_UY	0.015	1	0	7) Y3=	-0.0057820	-0.0057820
8) Y4: VE_SP	-10000000	1	0	8) Y4=	-6069557.3	-6069557.3
9) Y5: SK_ST	0	3	10000	9) Y5=	6385348.4	6385348.4

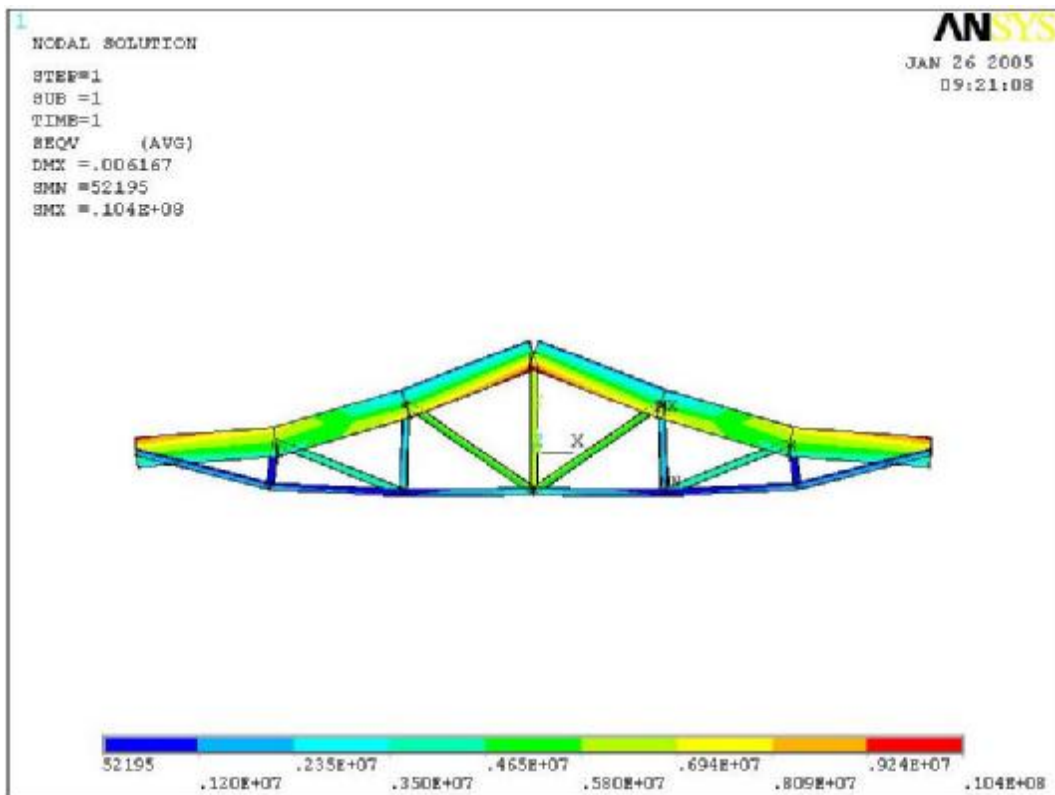
Attēls 11. Funkciju parametru ietekmes analīze EDAOpt Eglāja kritērija un D-optimālo plāniem

Indices No	Min	Type	Max	Criteria=	74.308949	74.308949
1) X1: H	0.05	0.005	0.1	1) X1=	0.05	0.05
2) X2: H1	0.17	0.005	0.27	2) X2=	0.22	0.22
3) X3: H2	0.05	0.005	0.1	3) X3=	0.055	0.055
4) X4: H3	0.05	0.005	0.1	4) X4=	0.05	0.05
5) Y1: AU_SP	-10000000	1	0	5) Y1=	-9943583.1	-9943583.1
6) Y2: AP_SP	-10000000	1	0	6) Y2=	-3247116	-3247116
7) Y3: EL_UY	0.015	1	0	7) Y3=	-0.0059919	-0.0059919
8) Y4: VE_SP	-10000000	1	0	8) Y4=	-6201497.4	-6201497.4
9) Y5: SK_ST	0	3	10000	9) Y5=	6469508.6	6469508.6

Attēls 12. Funkciju parametru ietekmes analīze EDAOpt Eglāja kritērija un D-optimālo plāniem



Attēls 13. Spriegumu sadalījums kopnē izmantojot D-opt kritērija optimālos elementu augstuma parametrus



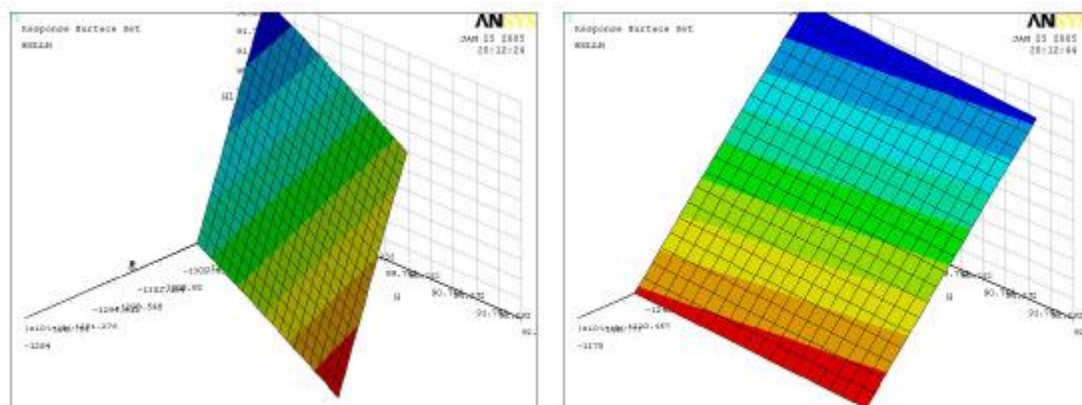
Attēls 14. Spriegumu sadalījums kopnē izmantojot Eglāja kritērija optimālos elementu augstuma parametrus

Probabilistic Design - Automatizēts galīgo elementu programmas ANSYS varbūtību analīzes instruments:

Varbūtības analīzes mērķis ANSYS galīgo elementu aprēķina programmā ir parametru ietekmes novērtēšana un uzvedības aproksimāciju iegūšana. Varbūtības analīzi Probabilistic Design galīgo elementu programmā ANSYS var iedalīt vairākos etapos: Darba faila izveidošana, kurā ir informācija par kopnes ģeometriju slodzēm un spriegumiem un deformācijām kopnes konstrukcijā; Virsmas Reakciju vai Monte Karlo simulāciju aproksimācijas iekļaujoties definētajās aprēķina robežās; Aprēķina variantu parametriskās ietekmes analīze un validācija. Šajā darbā tiks apskatīts lietotāja definēta eksperimenta plānu aprēķini un savstarpēja skaitliska validācija starp Eglāja kritērija LH plāniem un D-optimāliem LH plāniem.

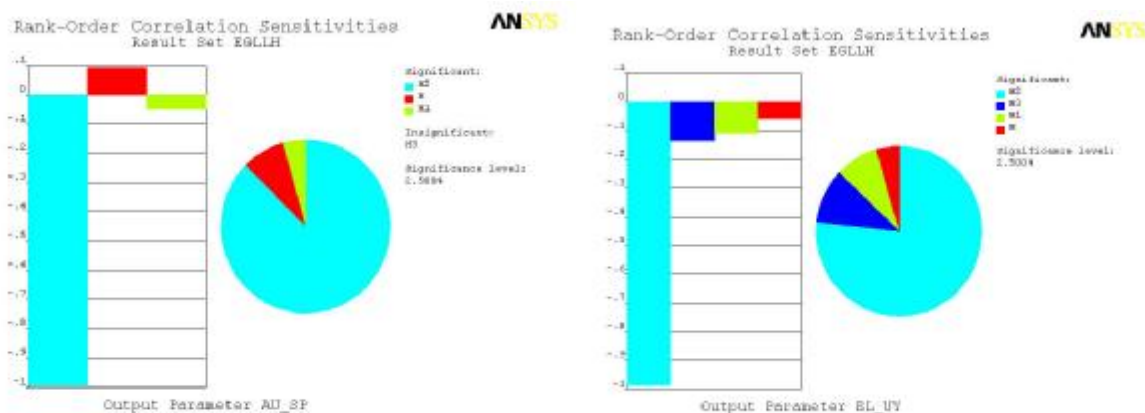
Varbūtības analīze Eglāja kritērija LH:

Parametru analīzei 3D grafiki ar kopnes augstumu parametri izvesti salīdzinājumā ar spriegumiem kopnes augšējā joslā, tādējādi veicot parametru ietekmes analīzi Eglāja kritērija LH eksperimentu plāniem.



Attēls 15. Parametru ietekmes analīze ANSYS Prob Design Eglāja kritērija LH plānam

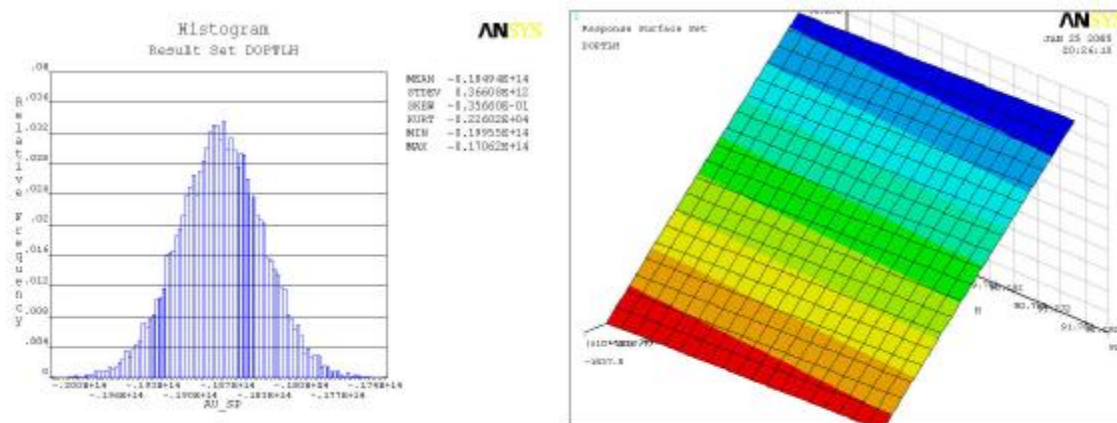
Funkcijas jūtīguma, jeb parametru svarīguma analīze Eglāja kritērija LH eksperimentu plānam ir ļoti svarīga no inženieru tehniskā viedokļa jo ļauj labi novērtēt katra atsevišķa parametra ietekmi un tā "kvalitāti" kopnes konstrukcijā



Attēls 16. Funkcijas jūtīguma analīze ANSYS Prob Design Eglāja kritērija LH plānam

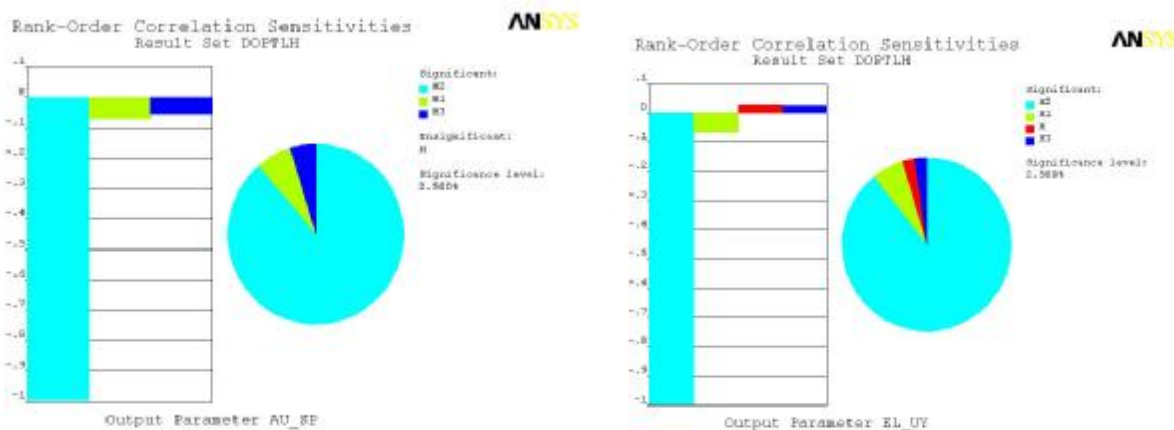
Varbūtības analīze D-optimālā kritērija LH:

Parametru analīzei 3D grafiki ar kopnes augstumu parametri izvesti salīdzinājumā ar spriegumiem kopnes augšējā joslā, tādējādi veicot parametru ietekmes analīzi D-optimālā kritērija LH eksperimentu plāniem.



Attēls 17. Parametru ietekmes analīze ANSYS Prob Design D-opt kritērija LH plānam

Funkcijas jūtīguma, jeb parametru svarīguma analīze Eglāja kritērija LH eksperimentu plānam ir ļoti svarīga no inženieru tehniskā viedokļa jo ļauj labi novērtēt katra atsevišķa parametra ietekmi un tā “kvalitāti” kopnes konstrukcijā



Attēls 18. Funkcijas jūtīguma analīze ANSYS Prob Design D-opt kritērija LH plānam